O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O'RTA MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI

ABU RAYHOH BERUNIY NOMIDAGI TOSHKENT DAVLAT TEXNIKA UNIVERSITETI

REFERAT

MAVZU:

Musbat hadli qatorlarni taqqoslash

Bajardi: **Karimov B.**

Tekshirdi: **Gafurova G.**

Toshkent-2015

Musbat hadli qatorlarni taqqoslash.

Musbat hadli ikkita qator berilgan bo’lsin:

$$u_1+u_2+u_3+...+u_n+... \qquad (1)$$

$$v_1+v_2+v_3+...+v_n+... \qquad (2)$$

Bu qatorlar uchun quyidagi teoremalar o’rinli:

1-teorema. Agar (1) qatorning hadlari (2) qatorning mos hadlaridan katta bo’lmasa, ya’ni

$$u_n \le v_n \ \ (n=1, 2, ...) \qquad (3)$$

bo’lsa va (2) qator yaqinlashuvchi bo’lsa, u holda (1) qator ham yaqinlashuvchi bo’ladi.

Isboti. (1) va (2) qatorning qismiy yig’indilarini mos ravishda S_n va σ_n bilan belgilaymiz. (3) tengsizlikdan

$$S_n \le \sigma_n \qquad (4)$$

ekanligi kelib chiqadi. (2) qator yaqinlashuvchi bo’lgani sababli

$$\lim_{n\to\infty} \sigma_n = \sigma$$

(1) va (2) qatorlar musbat hadli bo’lgani sababli $\sigma_n < \sigma$ ekani va (4) tengsizlikka asosan

$$S_n < \sigma$$

kelib chiqadi.

Shunday qilib, (1) musbat hadli qator qismiy yig'indilari ketma-ketligi chegaralangan va demak bu qator yaqinlashuvchi. Shu bilan birga bu qator yig'indisi (2) qator yig'indisidan katta bo'lmaydi.

1-misol. Ushbu qator

$$\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^3}+\ldots+\frac{1}{(n+1)^{n+1}}+\ldots$$

yaqinlashadi, chunki uning hadlari

$$\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\ldots+\frac{1}{2^{n+1}}+\ldots$$

qatorning mos hadlaridan kichik. Ammo keyingi qator yaqinlashadi, chunki bu qator maxraji q=1/2 ga teng bo'lgan geometrik progressiyadan iborat. Bu holda 1-teoremaga asosan, berilgan qator ham yaqinlashuvchi bo'ladi.

2-teorema. Agar (2) qatorning hadlari (1) qatorning mos hadlaridan kichik bo'lmasa, ya'ni

$$u_n \leq v_n \qquad (n=1, 2, 3, \ldots) \tag{3}$$

bo'lsa va (1) qator uzoqlashuvchi bo'lsa, u holda (2) qator ham uzoqlashuvchidir.

Isboti. (1) va (2) qatorlarning n–qismiy yig'indilarini mos ravishda S_n va σ_n bilan belgilaymiz. (3) tengsizliklardan

$$\sigma_n \geq S_n \tag{5}$$

ekani kelib chiqadi. (1) qator uzoqlashuvchi va uning qismiy yig'indilari ortib borganligi sababli

$$\lim_{n\to\infty} S_n = \infty$$

Lekin (5) tengsizlikka asosan

$$\lim_{n\to\infty} \sigma_n = \infty$$

Demak, (2) qator uzoqlashuvchi. Teorema isbotlandi.

2-misol. Ushbu

$$1+\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}+\ldots+\frac{1}{\sqrt{n}}+\ldots$$

qator uzoqlashuvchi, chunki uning hadlari, ikkinchi hadidan boshlab uzoqlashuvchi bo'lgan

$$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\ldots+\frac{1}{n}+\ldots$$

garmonik qatorning mos hadlaridan katta.

1-izoh. Yuqorida isbotlangan 1- va 2-taqqoslash teoremalari faqat musbat hadli qatorlar uchun o'rinli. (1) va (2) qatorlarning ba'zi hadlari nollar bo'lgan hol uchun ham o'z kuchida qoladi. Ammo qatorning hadlari orasida manfiy sonlar bo'lsa, bu alomatlar to'g'ri bo'lmaydi.

2-izoh. Agar (3) tengsizliklar barcha n=1, 2, 3, ... uchun emas, balki faqat $n \geq N$ uchun bajarila boshlasa, shu holdagina 1- va 2-teoremalar o'rinlidir.