

Статистик тўплам. Варианта. Бош ва танланма тўплам. Вариантларни гуруппалаш

Режа:

- 1. Статистик тўплам. Варианталар.*
- 2. Бош ва танланма тўплам. Танланма турлари.*
- 3. Варианталарни гуруҳлаш. Вариацион қатор.*
- 4. Сифат ва сон бўйича вариацияда берилганларни гуруҳлаш*
- 5. Йиғилган ва нисбий частоталар.*

1.Статистик тўплам. Вариантлар. Биологияда тадқиқотчи,асосан, сифат таркиби бир жинсли бўлган тўплам билан иш кўради.

Жонли организмнинг ривожланиши жуда кўп ва деярли турлича бўлган ички ва ташқи шароитлар билан белигиланади; бирор иккита индивид учун бу шарт-шароитлар бир хил бўлмайди. Шу сабабли индивидларнинг сон ёки сифат белгилари ўрганилаётганда бир эмас, балки бир қатор қийматлар ҳосил бўлади.

Мисол. 1-жадвалда М. Улуғбек номидаги Миллий университети дарвинизм ва генетика кафедрасининг тажриба станциясида маълум нав ғўза устида ўтказилган 10 та тажрибада олинган ҳосил (ҳарбир ғўзада г ҳисобида) келтирилган.

1-жадвал

Тажрибалар номери	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ҳосил	42,6	60,2	64,0	65,6	68,0	63,7	44,0	41,0	47,4	59,5

Бу мисолда тажрибадан тажрибага ўтганда турли қийматга эга бўлган миқдорни кўраимиз. Агар ҳар бир тажрибанинг барча шарт-шароитлари бир хил бўлганда бу миқдор ўзгармаслиги керак эди. Ҳақиқатда эса тажриба шароитларининг бир-бирига мумкин қадар ўхшашлиги сақланган бўлса ҳам, текширилаётган миқдорга таъсир этувчи турли тасодифий факторлар натижасида ҳосил тажрибадан тажрибага ўтканда ўзгаради.

Сифат таркиби нисбатан бир жинсли бўлиб, бир белгига тегишли бўлган ўзгарувчи қийматлар тўплами статистик тўплам дейилади. Статистик тўпланининг ҳар бир элементи варианта дейилади. Тўпламдаги вариантлар сони эса тўпламнинг ҳажми дейилади.

Масалан,1-жадвалдаги тўпламнинг ҳажми 10 га тенг. Одатда, вариантлар

X_1, X_2, \dots, X_n ҳарфлар билан белгиланади: бу ерда X_k^x вариантдаги К индекс вариантнинг тартиб номери (рақами)ни билдиради.

Кўп тасодифий сабабалар таъсирида ўзгариб, турли қийматлар қабул қилиши мумкин бўлган X миқдор тасодифий миқдор деб

аталади. Вариантлар X тасодифий миқдорнинг сон қийматларидан иборатдир.

Белгилар икки хил-сифат ва сон белгиларига ажралади. Бир-бирдан сифати билан фарқ қиладиган вариантлар сифат вариантлари дейилади. **Масалан**, уй хайвонлари тўпламини туси бўйича характерлаётган бўлсак, у вақтда ҳар бир варианта олдиндан қабул қилинган: қора, малла, қора-чипор, қора-малла ва хо казо тусларга мос сифат характеристикасини қабул қилиши керак.

Вариантлар орасидаги фарқ сон билан ҳам ифодаланиши мумкин. Масалан, уруғнинг оғирлиги, сутдаги ёғ миқдори-фойизи, бўғдой донлари узунлиги, боғдаги дарахтлар сони ва бошқалар сон вариантларга мисол бўлади. Сон вариантлар икки хил-дискрет (узлукли) ва узликсиз бўлади. Дискрет ҳолда вариантлар орасидаги фарқ бутун сонлар билан ифодаланади. Масалан, боғдаги дарахтлар сони, гулдаги барглари сони, турли хайвонлар умуртқа поғоналари сони ва хо казо. Узлуксиз ҳолда вариантлар орасидаги фарқ исталганча кичик сонга тенг бўлиши мумкин. Масалан, 1-жадвалда берилган ҳар бир ғўзадан олинган пахта ҳосили узликсиз вариантга мисол бўлади.

2. Бош ва танланма тўплам. Танланма турилари.

Айтайлик, пахтазордаги ҳали очилмаган кўсакларнинг ўртача оғирлигини аниқлаш керак бўлсин. Талаб этилган ўртача оғирлигини билаш учун даладаги ҳамма кўсакларни йиғиб олиш ва уларни тортиш лозим, лекин бу билан катта даладаги ҳосилни исроф қилган бўлар эдик. Бундай ҳолларда кўсакларнинг бир қисминигина йиғиб олиб, уларнинг ўртача оғирлигини билган ҳолда бутун даладаги кўсакларнинг ўртача оғирлиги тўғрисида фикр юритиш мумкин. Текширишнинг бундай усули танланма усул, ўлчаиш учун йиғиб олинган кўсаклар танланма тўплам ёки оддий қилиб танланма дейилади. Пахтазордаги ҳамма кўсаклар тўплами эса бош тўплам дейилади.

Бош тўпламдаги ҳамма элементлар сони шу тўпламнинг ҳажми дейилади: уни N ҳарфи билан белгилаймиз.

Танланма тўпламдаги ҳамма элементлар сони танланманинг ҳажми дейилади; уни n ҳарфи билан белгиланади.

Танланмалар ҳосил қилиш усули бўйича такрор ва такрормас (нотакрор) танланмаларга бўлинади. Агар танланманинг элементлари бош тўпладан танланган элементни яна бош тўпламга қайтариш йўли билан ажратилса, бундай танланма **такрор танланма** дейилади. Бунда ҳар бир танланган элемент кейинги танлашда такрор чиқиши мумкин. Агар танланма элементларни бош тўпламга, қайтармасдан унинг элементлари бош тўпладан ажратилса, бундай танланма **такрормас** танланма дейилади. Бош тўплам тўғрисида танланма тўпламга асосланиб тўлароқ муҳокама юрутиш учун уни мумкин қадар бош тўпламга “ўхшаш” қилиб танлаб олинади.

Бош тўпламдаги нисбатни етарлича аниқ такрорловчи танланма **репрезентатив** дейилади. Текшириш натижасида_ биз бош тўпламдаги белгиларнинг саноғини ва нисбатини била олмаймиз. Шунинг учун репрезентатив танланма ҳосил қилишда биз уни тасодифий танланма қилиб тузамиз, яъни уни шундай усул билан танлаб оламизки, бу усул текшириладиган белгига ҳеч қандай таъсир қилмайди ва боштўпламнинг ҳар бир элементи танланмада бир хил имконият билан қатнашиши таъминланади. Бундай ҳолда текшириладиган белгиларнинг танланмадаги нисбатлари бош тўпламдаги мос нисбатларни аниқроқ кўрсатади, ва демак, танланма репрезентатив бўлади.

Танланма тўпламга асосланиб, бош тўплам тўғрисида қанчалик тўлиқ муҳокама юритиш мумкинлиги масаласи биологик статистиканинг энг муҳим назарий ва амалий масалаларидан биридир. Биз келгусида асосан танланма тўпламлар билан иш кўрамиз ва уларни, қисқача, тўплам деб юритамиз.

3. Вариантларни гуруҳлаш. Вариацион қатор.

Тажриба ўтказаётган шахс, яъни статист ишлаб чиқариш керак бўлган “хом” материал-танланма тўплам қандай ҳосил қилинган бўлса, шундай ҳолда ёзилган қатор X_1, X_2, \dots, X_{Π} қийматлардан иборат бўлади; бу тўпламда ҳеч қандай тартиб йўқ. Биринчи вазифа шу X_1, X_2, \dots, X_{Π} вариантлар орасида тартиб ўрнатишдан иборат. Агар берилган X_1, X_2, \dots, X_{Π} вариантларни тартиб ёки камайиб бориш тартибида, масалан, бундай ёзсак,

$$X_1^* \leq X_2^* \leq \dots \leq X_{\Pi}^*$$

Бу **вариацион қатор** дейилади.

Мисол. Пиллаларнинг узунлигини ўлчашда куйидаги қийматлар (см ҳисобида) ҳосил бўлган:

3,30 3,40 3,25 3,40 3,60 3,45 3,43 3,50 3,35 3,55.

Бунга мос вариацион қатор куйидаги кўринишда бўлади:

3,25 3,30 3,35 3,40 3,43 3,45 3,50 3,55 3,60.

Варианталарнинг сони нисбатан кам бўлгандагина бундай тартибга солиб ёзиш мумкин.

Таҳлил қилиши лозим бўлган тўпламда (танланмада) вариантлар сони кўп бўлганда эса уларни гуруҳларга ажратиб, сўнгра жадвал ёки қатор кўринишида ёзилади. Шундагина олинган маълумотларни осон ишлаб чиқариш ва ўрганилаётган тўпламни тўла характерловчи статистик тўпламни ишлаб чиқиш усули ўрганилаётган белгиларнинг вариацион характериға боғлиқ бўлади.

Статистикада гуруҳлаш масаласи жуда катта аҳамиятга эга, чунки белгиларни хато гуруҳлаш текширилаётган тўплам ҳақида нотўғри хулосага олиб келиши мумкин.

А. Сифат бўйича вариацияда (ўзгарувчанликда) берилганларини гуруҳлаш.

Бу ҳолда берилганлар энг осон гуруҳланади. Буни куйидаги мисолда кўриб ўтамиз.

Мисол. Мўйналар туси бўйича ажратилаётган бўлсин. Бундай ҳолда уларнинг тақсимланишини ҳар бир тусли мўйнанинг сони ва ҳар бир тусли мўйнани мўйналарнинг умумий сонига нисбатан фойиз орқали кўрсатиш мумкин. Кузатиш натижасида куйидаги 2-жадвал ҳосил қилинган:

2-жадвал

Мўйна типлари	Ҳар бир тусли мўйналар сони	Мўйналарнинг умумий сонга нисбатан фойизи.
Стандарт жигар ранг	120	24
Кумушдек кўк	160	32
Сапфирли	180	36
Қора	40	8

Жами	500	100
------	-----	-----

Биологик тадқиқотларда муҳим бўлган ва кўп учраб турадиган сифат бўйича вариациянинг (ўзгарувчанликнинг) хусусий ҳали альтернатив вариациядир. Бунда тўпلام элементларини фақат иккита гуруҳга ажратиш мумкин. Бунда бир гуруҳнинг элементларида маълум бир сифат (белги) мавжуд бўлса, у иккинчи гуруҳнинг элементларида бўлмайди.

Масалан. Оксил касали бор-йўқлиги текширилаётганда ҳайвонларнинг мусбати ва манфий реакцияли икки гуруҳга ажратилиши; у ёки бу жинсли индивид туғилиши; гибридларни бир белги бўйича икки формага ажратиш ва бошқалар. Буларнинг ҳаммаси алтернатив вариацияга мисол бўла олади.

Б. Сон бўйича вариацияда берилганларни гуруҳлаш.

Белги дискрет ўзгарувчи бўлса, у ҳолда тўпلامдаги (танланмадаги) вариантларнинг турли қийматларини ўсиш таркибида ёзиб, улардан ҳар бирининг такрорланиши сонини кўрсатиши етарлидир. Бу амалда қандай бажарилишини қуйидаги мисолда кўрамиз.

Мисол. 3-жадвалда Ўзбекистон Республикаси миллий Унверситети дарвинизим ва генетика кафедрасининг тажриба станциясида маълум навли 60 туп ғўзанинг асосий поясидаги бўғинлар сонини ҳисоблаш натижаси келтирилган

3-жадвал.

12	12	12	10	13	11	14	11	11	11
12	11	11	11	12	11	13	11	10	12
11	12	13	13	11	12	12	12	13	13
11	13	15	13	14	13	13	14	13	12
12	13	11	14	11	12	13	13	12	13
13	12	12	14	14	12	11	12	12	12

Кўрамизки энг кичик бўғинлар сони 10, энг каттаси 15, шунинг учун уч устунга эга бўлган жадвал тузамиз (4-жадвал)

4-жадвал

Қий- матла р	Варианталарни гуруҳларга ажратиш																		Қийматл ар сони	
10								1				1								2
11				1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	15
12	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	20
13			1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	16
14							1	1	1	1	1	1								6
15									1											1

Берилган тўпلامдаги қийматларни бир чеккадан кўздан кечириб, иккинчи усутни тўлдирамиз. Масалан 3-жадвалда биринчи бўлиб 12 сони учрайди, шунинг учун 4-жадвалнинг иккинчи устунида 12 қийматнинг тўғрисига битта чизик чизамиз; иккинчи бўлиб яна 12 сони учрайди; 12 қийматининг тўғрисига яна битта чизик чизамиз ва ҳо казо. Натижада 5-жадвал ҳосил бўлади.

5-жадвал

Ғўзанинг асосий поядаги бўғинлар сони (X_i)	10	11	12	13	14	15	Жами
Бўғинлар сони X_i бўлган ҳўзалар сони (n_i)	2	15	20	16	6	1	60

Вариацион қатор-белгининг (ортиши ёки камайиши бўйича) тартибга солинган турли қийматлари ва уларнинг мос частоталари (такрорланишлари сони n_i) қатори ушбу

$$X_1, X_2, \dots, X_k$$

$$n_1, n_2, \dots, n_k$$

кўринишда ёзилади.

Масалан, 5-жадвал вариацион қаторга мисол бўлаолади. Вариацион қатордаги частоталар ушбу тўпلامда алоҳида вариантларни неча марта учрашини кўрсатади. Жумладан, 5-жадвалдан асосий поясида бўғинлар сони 10 та бўлган ҳўзалар сони 2 та, бўғинлари 11 та бўлган ғўзалар сони 15 та ва ҳо казо, эканлиги кўринади.

Энди бундай саволни қўйиш мумкин: бўғинлари 10 тадан кам ғўзалар сони қанча? Бундай ғўзалар йўқ (0); бўғинлари 11 тадан кам ғўзалар сони қанча? Бўғинлар 10 та ва ундан кам бўлган ғўзлар

сони 2 та; бўғинлари 12 тадан кам ғўзалар сони қанча? Бўғинлар 10 та ва 11 та ғўзалар сони $2+15=17$ та; бу жараёни давом эттириб 0,2,17,37,53,59,60 сонларини ҳосил қиламиз. Бу сонларни **йиғилган частоталар** дейилади.

Йиғилган частоталар берилган тўпламнинг бирор вариантдан кичик бўлган элементлари сонини характрилайди.

Белгининг турли қийматлари частоталарининг танланма ҳажмига нисбати шу **белгининг нисбий саноклари** ёки **нисбий частоталари** дейилади.

Масалан, ушбу

$$X_i: X_1, X_2, \dots, X_K$$

$$n_i: n_1, n_2, \dots, n_K$$

вариацион қатор берилган, шу билан бирга $n_1+n_2+\dots+n_K = n$ бўлсин, у вақтда

$$W_1 = \frac{n_1}{n}, W_2 = \frac{n_2}{n}, \dots, W_K = \frac{n_K}{n}$$

нисбатлар белгининг тегишли қийматларига мос бўлган нисбий частоталарни ташкил қилади. Натижада қуйидаги жадвалга эга бўламиз:

$$\begin{aligned} X_i: & X_1, X_2, \dots, X_K \\ W_i: & W_1, W_2, \dots, W_K \end{aligned} \quad (A)$$

Берилган белгининг турли қийматлари ва уларга мос нисбий частоталардан тузилган (A) жадвал шу белгининг **статистик** ёки **эмприк тақсимои** дейилади.

Нисбий частоталар йиғиндиси бирга тенг: $W_1+W_2+\dots+W_K =$

$$\frac{n_1}{n} + \frac{n_2}{n} + \dots + \frac{n_K}{n} = \frac{n_1 + n_2 + \dots + n_K}{n} = \frac{n}{n} = 1$$

5-жадвалда берилган вариацион қатор учун статистик тақсимот қуйидагича ёзилади:

$$\begin{array}{cccccc} X_i & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 \\ W_i & \frac{2}{60} & \frac{15}{60} & \frac{20}{60} & \frac{16}{60} & \frac{6}{60} & \frac{1}{60} \end{array}$$

ёки

X_i 10, 11 12 13 14 15

W_i $\frac{1}{30}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{4}{15}$ $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{60}$

Узлуксиз ўзгарувчан вариантларда тўпламдаги ҳамма вариантларни маълум сондаги гуруппаларга ажратилади, сўнгра эса ҳар бир гуруҳга кирган вариантлар сони ҳисобланади. Натижада вариацион қатор жадвал кўринишда ҳосил бўлади, лекин такрорланишлар сони айрим, алоҳида олинган вариантга тегишли бўлмасдан, балки гуруҳга тегишли бўлади, яъни гуруҳнинг такрорланиш сони бўлади.

Масалан, берилган катта ёшдаги эркак ишчиларнинг бўйига кура тақсимланиши узлуксиз вариантга мисол бўла олади (6-жадвал). Бундай вариацион қатор **интервалли вариацион қатор** дейилади. (А.И.Карасев)

6-жадвал

Бўйи (см ҳисобида)	Эркаклар сони, n_i	Бўйи (см ҳисобида)	Эркаклар сони, n_i
143-146	1	167-170	170
146-149	2	170-173	120
149-152	8	173-176	64
152-155	26	176-179	28
155-158	65	179-182	10
158-161	120	182-185	3
161-164	181	185-188	1
164-167	201	Жами	1000

Гуруҳлар сонини танлашда (бу сонни К ҳарфи билан белгилаймиз), одатда, қуйидаги мулоҳазаларга амал қилишади;

- 1) Гуруҳлар сони тоқ бўлгани макул;
- 2) Тўпламнинг ҳажми катта бўлганда ($n > 100$) гуруҳлар сони катта

(масалан 9,11,13) бўлгани, ҳажми кичик бўлганда кичик (Масалан 5,7, 9 та) бўлгани маъқул. Шунини айтиш керакки, тўпламни неча гуруҳга ажратишигина эмас, балки биринчи гуруҳнинг чегаралари қандай аниқлашишга ҳам аҳамият бериш зарур. Гуруҳ оралиғи (кенглиги)ни катта олмаслик керакки, энг кичик варианта шу гуруҳнинг тахминан ўртасига тўғри келсин.

Гуруҳлар оралиғи (кенглиги) ва улар чегараларининг жойлашиши масалаласининг ҳал этилишини биз 6-жадвалда берилган тўплам мисолида кўрамиз. Гуруҳларнинг кенглиги ΔX ҳамма гуруҳлар учун бир хил бўлади ва у энг катта ва энг кичик вариантлар айирмасини гуруҳлар сонига нисбати билан аниқланади. 6-жадвалдаги мисолимизда

$X_{\max} = 187$ ва $X_{\min} = 142$; гуруҳлари сони $k = 15$ деб олинган ($n = 1000 > 100$); бу ҳолда

$$\Delta X = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{k} = \frac{187 - 142}{15} = \frac{45}{15} = 3$$

Кўпинча $X_{\max} - X_{\min}$ айирма гуруҳлар сони k га қолдиқсиз бўлинмайди (бизнинг мисолимизда $\Delta X = 3$ бутун сон). Бундай ҳолларда гуруҳ кенглигини ортиши томонга яхлитланади, чунки акс ҳолда вариация оралиғининг умумий кенглиги камайган бўлар эди, ва демак, вариантларнинг четки қийматлари унга кирмай қолар эди. Кенгайтиришни шундай бажариш, қийматларининг биттаси ҳам гуруҳларнинг чегарасига тушмасин.

Тақсимот жадвали тузилаётганда ҳар бир гуруҳ учун ё гуруҳнинг ўртаси (масалан, кўрилаётган мисолда 144;147;150;... ва ҳо казо; 6-жадвал), ёки гуруҳларнинг чегаралари (масалан, 143;146;149;... ва ҳо казо.; 6-жадвал) кўрсатилади.

6- жадвалдаги мисол бўйича тақсимот жадвалини тузиамиз (7-жадвал).

7-жадвал

Гуруҳнинг ўртаси	Такрорланиш сони	Гуруҳнинг ўртаси	Такрорланиш сони
144	1	168	170
147	2	171	120
150	8	174	64
153	26	177	28
156	65	180	10
159	120	183	3
162	181	186	1
165	201	Жами	1000

Тўпламни гуруҳларга ажратиш урганилаётган белгининг фақат дискрет ёки узликсиз ўзгарувчанлигига эмас, балки тўпламнинг (танланманинг) ҳажмига ҳам боғлиқ бўлади.

Мисол. Маълум нав пахта 60 туп ғўзасининг баландлиги (см) 30 дан 53 гача ўзгарган (8-жадвал).

8-жадвал

35	38	30	32	37	38	44	34	39	42
37	41	35	32	38	36	41	38	44	45
40	40	42	45	35	42	48	50	45	43
36	45	45	38	48	45	45	47	45	49
46	48	42	53	45	40	45	50	45	50
45	45	45	44	49	45	42	42	40	40

Агар бу тўпламни вариантларнинг қийматларига, яъни 30,31 ва хо казо, кўра гуруҳларга ажратсак, у вақтда 23 та ($53-30=23$) гуруҳ ҳосил бўлади ва қатор чўзилиб кетиб, уни кўздан кечириш қийинлашади. Шунинг учун берилган тўпламни вариантларнинг бирнеча қийматларини ўз ичига олган, масалан, 30-32, 33-35 ва ҳ. к. Гуруҳларга ажратиш қулайдир. Шундай қилсак, 8-жадвални ушбу 9-жадвал курунишида ёзиш мумкин.

9-жадвал

Гуруҳлар	30-32	33-35	36-38	39-41	42-44	45-47	48-50	51-53
Такрорланиш сони	3	4	9	8	10	17	8	1